

# VEEL GEBRUIKTE FORMULES

## VEEL GEBRUIKTE FORMULES

### FORMULES HYDRAULICA

Hydraulica gaat over energie- en signaaloverbrenging door middel van een vloeistof. Zowel vloeistoffen op basis van minerale olie als moeilijk brandbare vloeistoffen worden gebruikt en zelfs in bepaalde gevallen gewoon water.

Hydraulica omvat eigenlijk twee gebieden: hydrostatica en Hydrodynamica.

In de Hydrostatica wordt de energie door de statische druk overgebracht. Ter wille van de eenvoud wordt veelal het begrip 'Hydraulica' gebruikt in plaats van 'Hydrostatica'.

Hydrostatiche machines werken doorgaans met hoge drukken en zo mogelijk lage stroomsnelheden. Daartegenover wordt bij de hydrodynamische krachtoverbrengingen de kinetische energie van de vloeistofstroom benut; hier treden hoge stroomsnelheden op bij lage drukken.

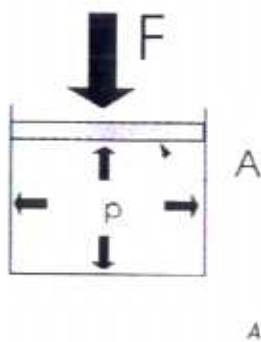
#### Hydromechanica - Beginselen

De wetten van de hydrostatica zijn alleen geldig voor een ideale vloeistof die massaloos, wrijvingsvrij en als onsamendrukbaar te beschouwen is; of anders uitgedrukt: verliesvrij kringlopen. Er zijn natuurlijk verliezen en dit bij alle elementen van een systeem, onder welke vorm dan ook. De volgende berekeningsgrondslagen worden voorgesteld als voor ideale vloeistoffen. De invloed van massa, viscositeit en samendrukbaarheid wordt bij ieder onderdeel afzonderlijk bekeken.

#### §1 Hydrostatica.

##### \*1.1 De ideale vloeistof.

De basis van de Hydrostatica is de Wet van Pascal (Blaise Pascal - F- 1623-1662)



"De kracht die uitgeoefend wordt op een vloeistof in rust, wekt daarin een druk op die zich in alle richtingen voortplant en loodrecht staat op de wand van de omsluiting."

waarbij:  
 $p$  = druk  
 $F$  = kracht  
 $A$  = oppervlakte

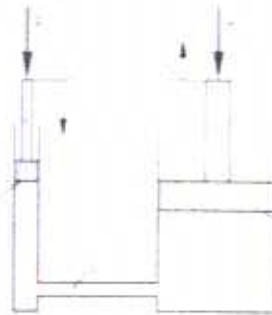
Daarbij komt nog de druk veroorzaakt door het gewicht van de vloeistof (...) gewoonlijk is deze term verwaarloosbaar klein.

##### \*1.2. Translatie of rechtlijnige beweging.

Passen we de wet van Pascal toe op de hydrostatiche pers (figuur 1), dan volgt de betrekking:

Beweegt zuiger 1 over een afstand  $x_1$ , dan wordt het verplaatste volume:

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$



Figuur 1

Zuiger 2 verplaatst zich over een afstand  $x_2$  en verplaatst een volume

$$V_1 = x_1 \cdot A_1$$

Bij een ideale vloeistof, dus zonder enig lekverties, is volume  $V_1$  gelijk aan volume  $V_2$  of

$$V_1 = V_2$$

$$x_1 \cdot A_1 = x_2 \cdot A_2$$

of omgekeerd evenredig.

Wordt de afstand gedifferentieerd over de tijd dan is de vergelijking:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 = Q$$

en wordt de continuïteitswet van de hydrostatica zichtbaar. De volumestroom of debiet  $Q$  wordt dus gedefinieerd als een volume ( $x_n \cdot A_n$ ) gedifferentieerd over de tijd. De eenheid wordt

aldus:  $v = \frac{m}{s}$

$$A = m^2 \quad \text{en} \quad Q = \frac{m^3}{s}$$

gezien de eenheid 'liter per minuut' nog toegelaten wordt en in de praktijk veel gebruikt, bestaat de verhouding:

$$1 \text{ l/min} = \frac{1}{60.000} \frac{m^3}{s}$$

Eenheden :

ISO eenheid	1 Pa (Pascal)	$1 \frac{N}{m^2}$
Toegelaten eenheid	1 bar	$10^5 \frac{N}{m^2}$
Vreemde eenheid	1 psi (pound/square inch)	$6894,76 \frac{N}{m^2}$

Niet meer toegelaten sedert 31-12-1977: atm = atmosfeer; at = technische atm; ato = atmosfeer overdruk; ata = atmosfeer absoluut; mm Hg= millimeter kwikkolom; mm H.O= millimeter waterkolom;

1 kgf/cm<sup>2</sup> (kp) = kilogram kracht. Kgf/cm<sup>2</sup> werd vroeger soms 'bar' genoemd, doch 1 bar is per definitie 10<sup>5</sup> Pa.

De geleverde arbeid  $W$  is het product van de kracht  $F$  en de afgelegde weg  $x$  of

$$W = F \cdot x$$

Bij wrijvingsloze zuigers wordt de vergelijking:

$$W = F_1 \cdot x_1 = F_2 \cdot x_2 \text{ of } \frac{x_1}{x_2} = \frac{F_2}{F_1} \text{ en } \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

waaruit de wet van de hydraulische hefboom.

Het vermogen, gedefinieerd als Arbeid per tijdseenheid is

$$P = \frac{dW}{dt} \text{ of } P = F \cdot \frac{dx}{dt} \text{ of } P = F \cdot v$$

bij constante kracht in de tijd.

Als

$$F = A \cdot p \text{ en } v = \frac{Q}{A}$$

dan wordt  $P = p \cdot Q$  (Watt=Pa.m<sup>3</sup>/s)

of meer gangbaar

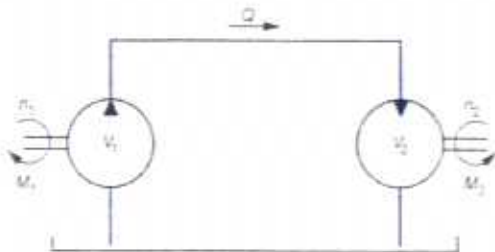
$$p = \frac{P \cdot Q}{600}$$

met  $P$  in kW  
 $p$  in bar  
 $Q$  in l/min

\*1.3. Rotatie- of Draaibeweging.

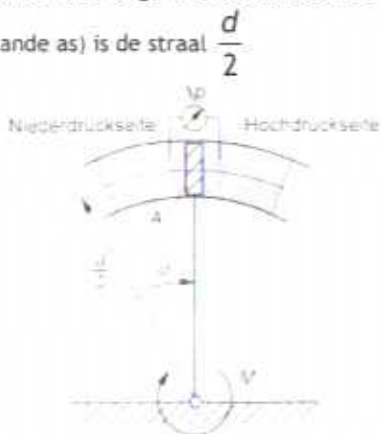
Zoals bij de rechtlijnige zuigerbeweging, de afgelegde weg, arbeid en vermogen konden worden afgeleid, kan dat op analoge wijze voor de draaibeweging met toerental, draaimoment en vermogen.

Figuur 3 toont - met symbolen - een rotatie-aandrijving met pomp (index 1) en motor (index 2), verbindingsleiding en tank.



Figuur 3

Een vereenvoudigde voorstelling van een verdringermachine in figuur 4 toont een ringvormige cilinder waarin een zuiger met oppervlakte  $A$  beweegt. De afstand tot het draaipunt (ingangs- of uitgaande as) is de straal  $\frac{d}{2}$



Niederdruckseite =agedrukzijde  
 Hochdruckseite = hogedrukzijde

Figuur 4

Als we aannemen dat er geen elastische schakel aanwezig is en er geen verlies optreedt, dan levert de verdringereenheid als pomp (index 1) bij één omwenteling van de aandrijf-as een volume

$$V_1 = A \cdot \frac{d}{2} \cdot 2\pi = A \cdot d \cdot \pi$$

Bij  $n_1$  toeren per tijdseenheid wordt dit een volumestroom

$$Q_1 = V_1 \cdot n_1$$

Een motor (index 2) neemt bij één omwenteling een volume op van

$$V_2 = A \cdot d \cdot \pi$$

en bij  $n_2$  toeren per tijdseenheid

$$Q_2 = V_2 \cdot n_2$$

De motor neemt zoveel op als de pomp geeft dus geldt:

$$Q_1 = Q_2$$

$$V_1 \cdot n_1 = V_2 \cdot n_2$$

waaruit  $\frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2}$

Is aan de pomp een drukverschil aanwezig, dan is aan de pompas een draaimoment  $M_1$  nodig of **Kracht. Arm**  $M_1 =$

$$M_1 = \frac{A \cdot d \cdot \Delta p}{2}$$

De pomp genereert alleen een debiet, de druk ontstaat door de weerstand die de volumestroom ondergaat.

Stelt men  $V_1 = A \cdot d \cdot \pi$  in vorige formule, dan is

$$M_1 = \frac{V_1 \cdot \Delta p}{2\pi} \text{ aan de pompas en}$$

$$M_2 = \frac{V_2 \cdot \Delta p}{2\pi} \text{ aan de motoras}$$

daaruit volgt uiteraard:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

Voor een verliesloze aandrijving bekommt men als vermogen van de pomp:

$$P_1 = M_1 \omega_1$$

De hoeksnelheid  $\omega_1 = 2\pi \cdot n_1$  waaruit

$$P_1 = \frac{V_1 \cdot \Delta p}{2\pi} \cdot 2\pi \cdot n_1$$

Nu is  $v_1 \cdot m_1 = Q_1$  waaruit

$$P_1 = Q_1 \cdot \Delta p$$

Als  $\Delta p = p$  voor de ingangsdruk van de pomp nul wordt en de uitgangsdruk van de motor nul, dan is

$$P_2 = Q_2 \cdot \Delta p$$

Het rendement is hier, voor de ideale overbrenging:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1$$

# VEEL GEBRUIKTE FORMULES

## 52 Hydrodynamica

Als de hydrostatica de evenwichtstoestanden van een ideale vloeistof beschrijft, dan kunnen met de betrekkingen van de hydrodynamica de soorten verliezen verklaard worden. Ook de fenomenen die zich voordoen binnen kleppen en pompen kunnen geanalyseerd worden omdat daar hoge snelheden kunnen optreden.

### \*2.1 Wet van het behoud van massa.

In de veronderstelling dat de beschouwde stroming stootvrij is, geldt:

"De instromende massa in een ruimte minus de uitstromende massa is gelijk aan de massa in die ruimte verzameld."

Mathematisch is dit de beschrijving van de algemene continuïteitswet.:

$$\int_A \rho \cdot v_n \cdot dA + \frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot dV = 0$$

De integraal van de normaalsnelheid  $v_n$ , dat is de snelheid loodrecht op  $A$ , over de oppervlakte  $A$  van de controleruimte  $V$  en de tijdelijke verandering aan de massa in de controleruimte daarbij opgeteld is nul ( $\rho$  = densiteit, soms de volumieke massa genoemd - in  $kg/m^3$ )

### \*2.2. Wet van behoud van Energie.

We veronderstellen een enkeldimensionele, wrijvingsvrije, onsamendrukbare vloeistofstroming.

We nemen eveneens aan dat  $\rho$  constant is en dat de verliezen verwaarloosbaar zijn, dan kan de vergelijking van Euler langs de stroomlijn over  $dt$  geïntegreerd worden en daaruit volgt de vergelijking van Bernoulli (Daniel Bernoulli -CH-1700-1782) voor niet-samendrukbare media. :

$$p_{gem} = p_{st} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho \cdot v^2}{2}$$

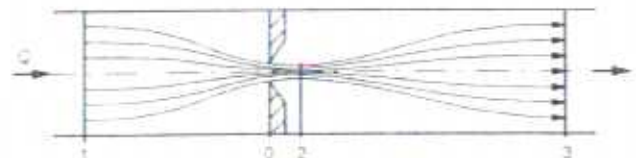
met  $p_{st}$  statische druk  
 $\rho \cdot g \cdot h$  gewichtsdruk  
 (meestal verwaarloosbaar, gezien het hoogteverschil bij eenzelfde machine gering is.)

$\rho \cdot v^2 / 2$  dynamische (stuw)druk (deze druk is meestal minder dan 2,5% van de totale druk; ze is immers afhankelijk van de snelheid van de vloeistof. Deze is in kleine boringen en spleten meestal maximaal 20 m/s; -in smoringen kan het hoger zijn.)

Deze vergelijking kenmerkt de energieconstante per volume-eenheid; ze is de optelling van de drukenergie, de potentiële energie en de kinetische energie.

$\rho$  =densiteit in  $kg/m^3$   
 $g$  =aardversnelling  $9,81 m/s^2$   
 $h$  =hoogte in m

De vergelijking van Bernoulli wordt in deze vorm gebruikt waar de invloed van de viscositeit verwaarloosbaar is. Daarmee kunnen belangrijke afhankelijkheden afgeleid worden, bijvoorbeeld de 'Stroomwet door een gekalibreerde opening (stuwschijf)



Figuur 5 toont de stationaire stroming door een stuwschijf.

Vooropgesteld wordt dat  $A_2 \gg A_1$  en daarmee ook de snelheid bij positie 1 zeer klein is tegenover die bij positie 2, en daardoor is ook  $v_1 \ll v_2$  waardoor de vergelijking kan vereenvoudigd worden bij positie 1 en 2.

$$p_1 = p_2 + \frac{\rho \cdot v^2}{2}$$

daaruit volgt dat  $v_2$  (smalste doorsnede)

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} \quad \text{met} \quad \Delta p = p_1 - p_2$$

Het product van de snelheid  $v_2$  met de oppervlakte  $A_2$  geeft de volumestroom

$$Q = A_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$$

$A_2$  wordt gedefinieerd als  $\alpha_k \cdot A_0$  waarbij  $\alpha_k$  de contractiecoëfficiënt is en die, volgens de geometrie van de opening, een waarde heeft tussen 0,6 en 1,0. Voor scherpe kanten is deze waarde 0,60 tot 0,64.

Wordt de druk gemeten op positie 3 (zie figuur 5) waar de vloeistofstroom de buisdoorsnede weer volledig vult, stelt men vast dat de snelheidsenergie van positie 2, in positie 3 niet volledig in drukenergie is omgevoerd. De volumestroom door de doorsneden-vernauwingen wordt normaal aangegeven met:

$$Q = \alpha_D \cdot A_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$$

met  $\alpha_D$  de doorstroomcoëfficiënt,

met  $\Delta p = p_3 - p_1$ .

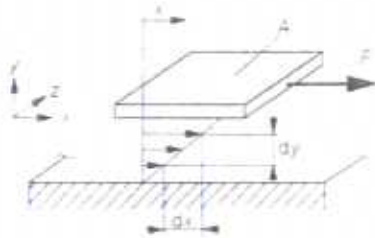
Met de coëfficiënt  $\alpha_D$  worden alle verliezen beschouwd. Deze verliezen komen van de wrijving en vindt men terug als verwarming in de energiebalans. De grootte van de doorstroomcoëfficiënt wordt meestal als afhankelijk van het Reynoldsgetal opgegeven.

## 53. Schuifspanningswet van Newton (Wrijvingswet).

### \*3.1. Viscositeit

De taaiheid of viscositeit van een drukvloeistof is een eigenschap, die voor het gedrag van de hydraulische systemen van groot belang is. Te lage viscositeit zorgt voor grote lekverliezen en het draagvermogen in het wrijvingsgebied is ontoereikend, wat naar een verhoogde slijtage leidt. Bij te hoge viscositeit is de viskeuze wrijving en daardoor de energieverliezen te hoog.

De viscositeit wordt gedefinieerd als de weerstand, die een verschuiving van de belendende vloeistoflaag tegenwerkt.



Figuur 6

Wanneer tussen een bewegende plaat met een snelheid  $x$  en een bodemplaat zich een viskeuze vloeistof bevindt, dan is een kracht  $F$  nodig om de plaat A te verschuiven. De schuifspanning in de vloeistof, in een vlak parallel met het plaatvlak bedraagt:

$$\tau = \frac{F}{A}$$

In de spleet bouwt zich een snelheidsprofiel op. De vloeistof dicht bij de grondplaat heeft een 'nul'-snelheid en de bewegende plaat de snelheid  $v$ . Beschouwt men een vloeistofdeeltje in een parallelspleet, dan geldt voor de evenwichtstoestand:

$$dz \cdot [p + dp \cdot dy + \tau \cdot dx] = [p \cdot dy + (\tau + d\tau) \cdot dx] \cdot dz$$

daaruit volgt: 
$$\frac{dp}{dx} = \frac{d\tau}{dy}$$

De drukgradiënt in richting  $x$  is ook gelijk aan de heersende schuifspanninggradiënt in de  $y$ -richting. De schuifspanningwet van Newton luidt:

$$\tau = \eta \frac{dx}{dy}$$

De proportionaliteitsfactor  $\eta$  krijgt de naam dynamische taaiheid of dynamische viscositeit. De drukgradiënt in de  $x$ -richting is dan gelijk aan de dynamische viscositeit vermenigvuldigd met de eerste afgeleide van de snelheidsgradiënt in de  $y$ -richting. Voor de vele toepassingen is het voordelig in plaats van de dynamische taaiheid de kinematische viscositeit in te voeren waarbij  $\rho$  de dichtheid van de vloeistof is.

$$v = \frac{\eta}{\rho}$$

Voor de viscositeit wordt hieronder de eenheden beschreven in de oleohydraulica worden meestal de eenheden m Pa s (millipascalseconden) of cSt (centiStokes) gebruikt.

Dynamische Viscositeit		
SI eenheden	1 Pa.s	1 Ns/m <sup>2</sup>
	1 mPa.s	10 <sup>-3</sup> Ns/m <sup>2</sup>
Gebruikte eenheden	1 P(Poise)	0,1 Ns/m <sup>2</sup>
	1cP	10 <sup>-3</sup> Ns/m <sup>2</sup>

Kinematische Viscositeit		
SI eenheden	1 m <sup>2</sup> /s	
	1 mm <sup>2</sup> /s	10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s
Gebruikte eenheden	1 St (Stokes)	10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup> /s
	1cSt	10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s

De dynamische viscositeit is het belangrijkste gegeven om het draagvermogen van een hydraulische vloeistof te beschrijven. De viscositeit van de drukvloeistoffen is sterk afhankelijk van de temperatuur. Een veel gebruikte beoordelingsmaat is de viscositeitindex. De VI (viscositeitindex) is een maat voor de stijging van de vloeistofkarakteristiek in de Viscositeit - Temperatuur - diagram. Grotere VI betekent een kleinere temperatuurafhankelijkheid. Met bepaalde additieven kan de VI verbeterd worden.

De viscositeitindex voor HM - oliën ligt bij 95 - 105; voor HV - oliën tot 400; voor HFC rond 150 en voor HFD zelfs onder nul. Oliën op basis van planten (triglyceriden) hebben van nature een hoge VI van ca 200. Vergeten we niet dat de viscositeit verhoogt bij verhoogde druk. De drukaafhankelijkheid van de dynamische viscositeit bij constante temperatuur volgt de vergelijking

$$\eta = \eta_{11} \cdot e^{b \cdot p}$$

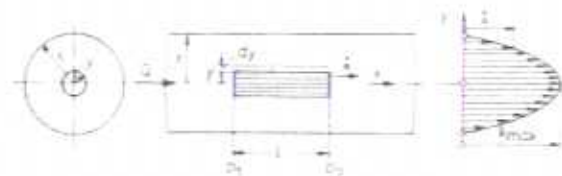
waarbij

- $\eta_{11}$  = de dynamische viscositeit bij atmosferische druk.
- $b \cong 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ bar}^{-1}$  voor minerale oliën
- $b \cong 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ bar}^{-1}$  voor HFC - media
- $b \cong 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ bar}^{-1}$  voor HFD-media

Bij een drukverhoging van 0 tot 2.000 bar verhoogt de viscositeit voor een HFC - vloeistof met factor 2; bij de minerale oliën met factor 30 en bij HFD - vloeistof met factor 80. Deze afhankelijkheid kan niet met additieven worden veranderd;

\*3.2. Vergelijking van Hagen-Poiseuille

Met de weerstandswet van Newton en een verband voor het krachteenwicht op een deeltje stromende vloeistof laat de snelheidsverdeling in een ronde gladde buis bij laminaire stroming berekenen zoals in figuur 7 is voorgesteld.



Figuur 7

Door sommeren van de producten uit vlakke deeltjes  $dA = 2\pi \cdot y \cdot dy$  (ronde ring met straal  $y$  en breedte  $dy$ ) en de snelheden bekomt men het debiet

$$Q = \int_0^r 2 \cdot v \cdot \pi \cdot y \cdot dy$$

Met  $Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta}$  luidt daarmee voor cirkelvormige

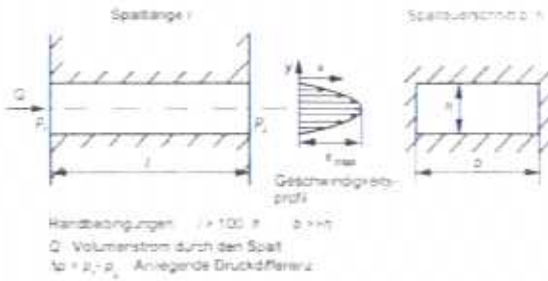
doorsneden de vergelijking van Hagen-Poiseuille

$$Q = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot (p_1 - p_2)$$

\*3.3 Toepassingen met de schuifspanningwet van Newton.

Zoals bij een stroming door een buis, kan ook de betrekking voor de volumestroom door een spleet berekend worden. Deze formule kan alleen gebruikt worden in de veronderstelling dat de breedte van de spleet zeer groot is in verhouding met de hoogte en dat de lengte minstens honderd maal zo groot is als de hoogte (fig 8)

# VEEL GEBRUIKTE FORMULES



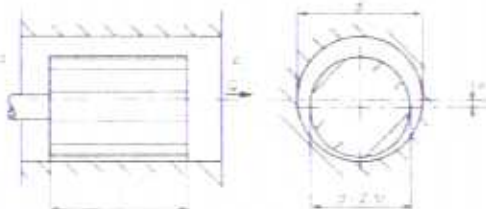
**Figuur 8**  
 Spaltlänge = spleetlengte  
 Spaltquerschnitt = spleetdoorsnede  
 Geschwindigkeitsprofiel = snelheidsprofiel  
 Randbedingungen = randvoorwaarden  
 Volumenstrom durch den Spalt = spleetdebiet  
 Anliegende druckdifferenz = aanwezig drukverschil

Voor de volumestroom geldt:

$$Q = 2 \cdot \int_0^{h/2} v \cdot dA$$

daaruit volgt: 
$$Q = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot \eta \cdot l} \cdot (p_1 - p_2)$$

De spleethoogte staat hier in de derde macht. Daaruit volgt dat de toleranties kleiner moeten om de lekkage laag te houden. Is de zuiger in de geleiding excentrisch gelagerd (fig 9) dan geldt de volgende vergelijking voor het debiet



**Fig 9**

$$Q = \frac{\pi \cdot D \cdot \Delta r^3}{12 \cdot \eta \cdot l} \cdot \left[ 1 + 1,5 \left( \frac{l}{\Delta r} \right)^2 \right] \cdot (p_1 - p_2)$$

Met  $2 \cdot \Delta r$  als de passingspeling tussen zuiger en boring.

Het debiet door een smoring werd naar de Hagen-Poiseuille-wet zo gesteld:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p = \frac{K_1 \cdot \Delta p}{\eta}$$

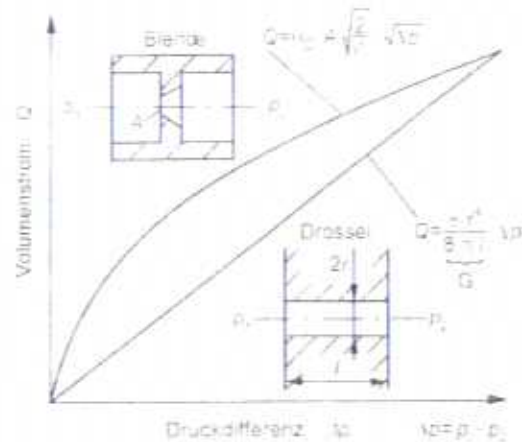
Terwijl de volumestroom door spleten en smoringen direct proportioneel is met het drukverschil  $\Delta p$  en omgekeerd evenredig met de dynamische viscositeit, gaat dit voor diafragmas volgens de vergelijking van Bernoulli naar een wortelvormige afhankelijkheid van de drukval.

Het debiet is nu gegeven door

$$Q = \alpha_0 \cdot A \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{\Delta p} = K_2 \cdot \sqrt{\Delta p}$$

- met  $\Delta p = p_1 - p_2$   
 $\rho$  = densiteit  
 $\alpha_0$  = doorstromingscoëfficiënt  
 $A$  = doorsnede

Bij een scherpe-kanten-opening is het debiet in ruime mate viscositeitonafhankelijk en daardoor ook temperatuuronafhankelijk.



**Fig 10**

Blende = diafragma (stuwschijf)  
 Drossel = smoring  
 Volumenstrom = debiet  
 Druckdifferenz = verschildruk

In fig 10 is het debiet  $Q$  in functie van de drukval voor diafragma en smoring voorgesteld. De technische weerstanden in de hydraulica zijn noch ideale openingen noch ideale smoringen.

### 3.4 Drukverliezen in hydraulische circuits.

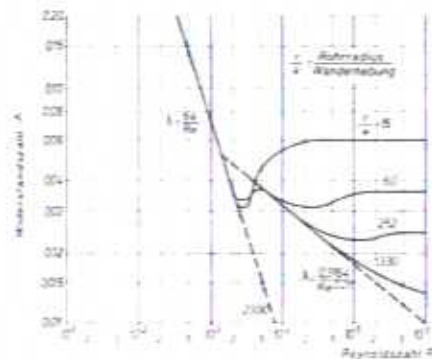
Leidingverliezen in hydraulica treden in regel op als drukverliezen. Men onderscheidt drukverliezen door buiswrijving in rechte buizen en drukverliezen in aftakkingen, krommingen, pijpkoppelingen en kleppen allerhande.

De buiswrijvingsverliezen  $\Delta p_R$  worden voor elk buisdeel afzonderlijk berekend en dan opgeteld.

Volgens Blasius is de formule:

$$\Delta p_R = \sum \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

$\lambda$  is hier het karakteristieke weerstandsgetal. Het kan onafhankelijk van de buisafmetingen voorgesteld worden, wanneer het als functie van het Reynoldsgetal beschouwd wordt. (Osborne Reynolds GB- 1842- 1912)



**Figuur 11** geeft een dubbel logaritmisch systeem weer met het Reynoldsgetal in abscis en het weerstandsgetal in ordinaat.

Rohrradius = buisstraal  
 Wandreibung = wand-oneffenheid  
 Reynoldszahl = reynoldsgetal  
 Widerstandszahl = weerstandsgetal

De weerstand  $\lambda$  voor laminaire stroming kan als volgt bepaald worden.:

Met de wet van Hagen-Poiseuille en uit de formule:

$$A \cdot v = r^2 \pi \cdot v = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p$$

volgt 
$$\Delta p = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{r^2} \cdot v$$

Zet men deze  $\Delta p$  als  $\Delta p_R$  en volgens Blasius wordt

$$\frac{8 \cdot \eta \cdot l}{r^2} \cdot v = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{r} \cdot v^2$$

waaruit 
$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

met  $Re$  is Reynolds-getal  $Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta}$

voor een turbulente stroming tot  $Re = 80000$  en een gladde buis is:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

Bij turbulente stroming heeft de ruwheid van de buiswand invloed op het weerstandsgetal  $\lambda$ .

Hoe kleiner de verhouding van  $\frac{\text{buisstraal}}{\text{wand - oneffenheid}} = \frac{r}{h}$  is,

dat betekent hoe groter de ruwheid van de buiswand bij gegeven straal, des te groter is ook  $\lambda$  bij telkens constante Re-getal.

Drukverliezen in vormstukken, bijvoorbeeld aftakkingen, krommingen, pijp koppelingen en kleppen, worden  $\Delta p_F$  genoemd (fig 12)

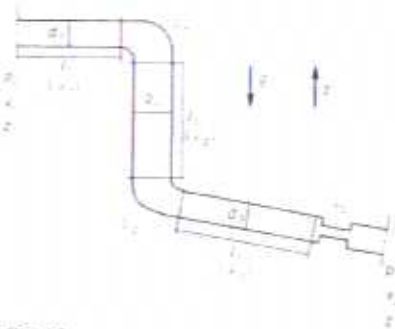


Fig 12

De formule is 
$$\Delta p_F = \sum \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

De weerstand  $\zeta$  moet meestal experimenteel vastgesteld worden. Net zoals  $\lambda$  is  $\zeta$  niet constant en hangt af van het Reynoldsgetal. In ieder geval worden al bij lage Reynoldsgetallen turbulente stromingen bereikt. De overgang van laminair naar turbulente stroming voor inkepingen, gleufjes en spleten wordt bereikt bij  $Re = 200$  tot  $400$ .

Bepaalde richtwaarden voor  $\zeta$  zijn

Rechte pijp koppeling	$\zeta$ is 0,5
Hoek koppeling	$\zeta$ is 1,0
Kleppen, kranen etc	$\zeta$ is 3 - 6
90° bocht	$\zeta$ is 0,14

52 Aërodynamica.

2.1. Continuïteitsvergelijking

geldt ook voor de pneumatiek

$$\frac{dm}{dt} = \rho \cdot A_1 \cdot w_1 = \rho \cdot A_2 \cdot w_2 = \text{constant}$$

of met de volumestroom

$$\frac{dV}{dt} = Q = A_1 \cdot w_1 = A_2 \cdot w_2$$

2.2. Vergelijking van Bernoulli

Ingevolge de zeer kleine densiteit van lucht kan de gewichtsdruk verwaarloosd worden. Daarmee blijft

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot w_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot w_2^2$$

waaruit 
$$p_{\text{tot}} = p_{\text{stat}} + p_{\text{dym}} = \text{constant}$$

Deze vergelijking geldt uitsluitende voor een niet samendrukbaar gas. Voor gassen onder zeer lage druk, kan deze vergelijking met voldoende nauwkeurigheid gebruikt worden.

2.3. Uitstroombegelijking

Deze wordt gebruikt bij het uitstromen van perslucht uit een reservoir en ook bij doorstromen van een smoring.

a) doorstroming door een smoring met geringe drukval:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2)$$

met  $w_1$  stromingssnelheid voor de smoring  
 $p_1$  druk voor de smoring  
 $w_2$  stromingssnelheid in de insnoering  
 $p_2$  druk na de smoring.

Daaruit volgt de snelheid in de insnoering:

$$w_2^2 = \frac{\xi}{\sqrt{1 - \mu^2} \cdot m^2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2)}$$

met  $\xi$  correctiefactor  
 $\mu$  insnoeringgetal  
 $A_1/A_0$  insnoeringoppervlakte  
 $m$  openingsverhouding  $A_0/A_1$  met  $A_1$  doorsnede voor de smoring.

Daaruit wordt het debiet door de smoring

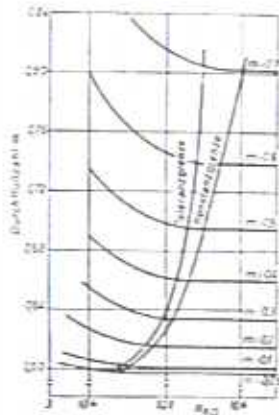
$$Q = \alpha \cdot \varepsilon \cdot A_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2)}$$

waarbij  $\alpha = \frac{\xi}{\sqrt{1 - \mu^2} \cdot m^2}$  en  $\varepsilon$  = expansiegetal.

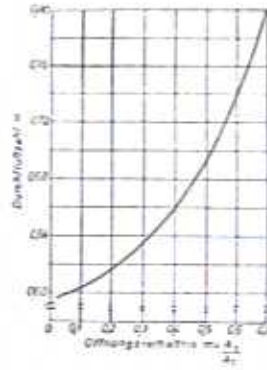
$\alpha$  is tot  $Re = 2 \cdot 10^6$  afhankelijk van  $Re$  en  $m$  (figuur 1)  
 voorbij  $Re = 2 \cdot 10^6$  is  $\alpha$  alleen nog afhankelijk van  $m$  (fig. 2)

$\varepsilon$  is een functie van de verhouding  $\frac{p_1 - p_2}{p_1}$  en van  $\lambda$  (fig. 3)

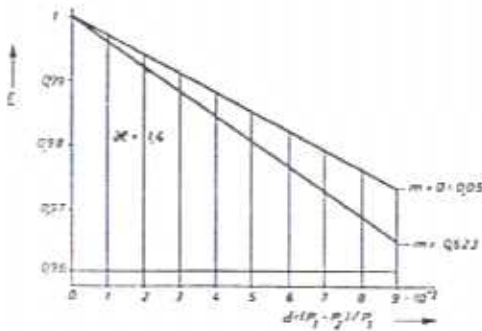
# VEEL GEBRUIKTE FORMULES



1: Durchflusszahl von Blenden in Abhängigkeit von der Re Zahl (Z = 0.5)



2: Durchflusszahl von Blenden für Re Zahlen oberhalb der Konstantenzone (Re > 2 10^4) (Z = 6)



3: Expansionszahl ε der Luft für Blenden

b) doorstroming door een straalpijp (Düse) met groter drukverschil.

Dit komt voor bij het uitstromen van perslucht uit een reservoir. Daarbij verkrijgt men voor de massastroming:

$$m = \psi \cdot A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1}{v_1}}$$

met  $v = \frac{T_1 \cdot R}{p_1}$  wordt dit

$$\frac{dm}{dt} = \psi \cdot A_2 \cdot p_1 \sqrt{\frac{2}{R \cdot T}}$$

of voor debiet  $Q = \psi \cdot A_2 \cdot \frac{p_1}{\rho} \cdot \sqrt{\frac{2}{R \cdot T}}$

daarin is  $\psi$  de uitstroombijfactor.

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}$$

$\psi$  is derhalve alleen afhankelijk van de drukverhouding  $p_2/p_1$  die zijn maximum van 0,53 heeft bij de kritische drukverhouding.

## FORMULES IN DE PNEUMATIEK

Vele berekeningen in de pneumatiek zijn in vergelijking met de hydraulica, moeilijker, omdat bij het medium perslucht naast de temperatuur ook de vochtigheid en de luchtdruk moeten beschouwd worden.

Daarom worden vele gegevens voor een "normaalatmosfeer" gemaakt, dit is voor 0 °C en 1013 mbar druk (vroeger 760 cm Hg -kwik). De densiteit daarbij bedraagt 1,293 kg/m³. Daarnaast bestaat ook nog een referentietemperatuur van 15 °C bij 1013 mbar druk en een densiteit van 1,225 kg/m³.

Daar komt nog bij dat de sterke samendrukbaarheid van lucht een onderscheid vereist tussen aanzuigvolume en persluchtvolume.

### 51 Fysische Beginselen.

#### \*1.1 Densiteitverandering van lucht met de hoogte:

$$\rho = \rho_0 (1 - 0,0226 \cdot h)^{4,26}$$

Densiteitverandering door druk en temperatuur (tabel 1)

Isobaar	n = 0	p · v <sup>0</sup> = constant
Isotherm	n = 1	p · v <sup>1</sup>
Adiabatisch	n = γ	p · v <sup>γ</sup>
Isochoor	n = x	p · v <sup>x</sup>

Tabel 1: Exponenten bij de verschillende toestandsveranderingen

Absolute vochtigheid van lucht

$$f = \frac{m_D}{V}$$

met  $m_D$  watermassa  
en  $V$  volume vochtige lucht

De relatieve vochtigheid wordt betrokken uit de op dat ogenblik verzadigingstoestand

$$\varphi = \frac{m_D}{m_s} = \frac{\rho_D}{\rho_s}$$

met  $\rho_D$  en  $m_D$  groottes bij de bijhorende vochtigheidsgehalte en  $m_s$  en  $\rho_s$  bij verzadiging.

Daarbij wordt het heersende watergehalte

$$m_w = \varphi \cdot m_s \cdot E = n \cdot p_{abs}$$

en de per m³ ontstane condenswaterhoeveelheid wordt:

$$w = \varphi \cdot \rho_D - \rho_s \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

daarin is  $\varphi \cdot \rho_D$  de aangezogen waterhoeveelheid terwijl

$\rho_s \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$  de hoeveelheid water is in verzadigingstoestand

bij druk  $p_2$  en temperatuur  $T_2$ .

#### \*1.2 Eigenschappen van het medium perslucht.

De dynamische en kinematische viscositeit van lucht kunnen uit tabel 2 afgelezen worden.

De elasticiteitsmodulus van lucht is

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 = \text{constant} = R \cdot T \cdot E_l = n \cdot p_{abs} \text{ met}$$

n = polytopenexponent 1,3